Lycée « Echebbi » Mornag	**Devoir de synthèse n°1**	Année scolaire :2009-2010
Prof :Abederahman Trabelsi		Niveau : $3^{ème}$ Tech

Exercice n°1

Une et une seule réponse proposée est correcte, indiquer la quelle .

1. Le domaine de définition de la fonction : $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}+1}{x-1}$ est :

   a) $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ b) $[0,+\infty[$ c) $[0,+\infty[\backslash\{1\}$

2. $sin\left(-\dfrac{19\pi}{6}\right)$ est égale à :

   a) $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ b) $\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ c) $\left(\dfrac{1}{2}\right)$

3. $cos(7\pi+x)+cos\left(\dfrac{25}{2}\pi+x\right)+sin\left(\dfrac{9\pi}{2}+x\right)=$

   a) 0   b) 2cos(x)   c) cos(x)-sin(x)

4. cos(x)cos(y)-sin(x)sin(y) est la valeur de :

   a) cos(x+y)   b) sin(x+y)   c) cos(x-y)

Exercice n°2

On donne : $f(x)=sin\,2x-2\sqrt{3}\,sin^2x$ et $g(x)=cos\,2x-\dfrac{1}{2}$.

1. a) Montrer que : $cos\,x-\sqrt{3}\,sin\,x=2\,cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$

   b) En déduire que : $f(x)=4\,sin\,2x\,cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$.

   c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $[-\pi,\pi[$ l'équation : f(x)=0

2. a) Résoudre dans $[-\pi,\pi[$ l'équation g(x)=0.

   b) Montrer que : $g(x)=2\,sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$

   c) Calculer $g\left(-\dfrac{\pi}{12}\right)$. En déduire que $sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

3. Soit $h(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ pour $x\in[-\pi,\pi[$

   a) Déterminer le domaine de définition de h.

   b) Montrer que pour $x\in D(h)$ on a : $h(x)=\dfrac{sin\,x}{sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)}$.

Exercice n°3

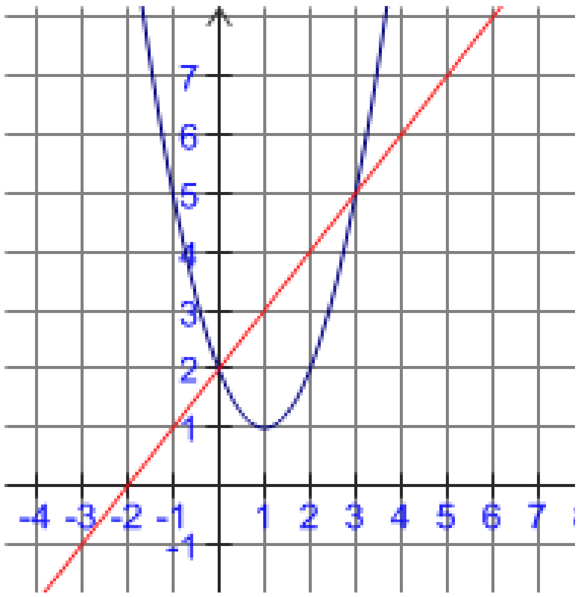
Soit la suite définie sur $\mathbb{N}$ *par :* $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 2U_n + 2n - 1 \end{cases}$.

1. a) *Calculer* U_1 *et* U_2 .
   b) *Justifier alors que* (U_n) *n'est ni arithmétique ni géométrique.*
2. *On pose* $V_n = U_n + 2n + 1$.
   a) *Montrer que* (V_n) *est une suite géométrique de raison* $q=2$.
   b) *Exprimer* V_n *en fonction de n et calculer :* $S_1 = V_0 + V_1 + \ldots\ldots\ldots + V_n$.
   c) *En déduire que :* $U_n = 3\times 2^n - 2n - 1$
3. *On pose* $W_n = -2n - 1$
   a) *Quel est la nature de* W_n.
   b) *Calculer :* $S_2 = W_0 + W_1 + \ldots\ldots.. + W_n$.
   c) *En déduire :* $S_3 = U_0 + U_1 + \ldots\ldots\ldots + U_n$.

Exercice n°4

I. *Dans le graphique ci contre C désigne la courbe représentative d'une fonction f et la droite (Δ) est la représentation graphique de la fonction* $g(x) = x + 2$.

1. *Donner :*
   a) $f(0)$; $f(1)$; $f(3)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
   b) $g(0)$ *et* $g(1)$.
2. *Résoudre graphiquement*
   a) $f(x)=5$
   b) $f(x)=g(x)$
   c) $f(x) \geq g(x)$.



II. *On suppose que* $f(x) = x^2 + ax + b$.

1. *Montrer que :* $b=2$.
2. *En déduire que* $f(x) = x^2 - 2x + 2$

III. *Soit* x_1 *et* x_2 *deux réels .*

1. *Montrer que* $f(x_1) - f(x_2) = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2 - 2)$
2. *En déduire les variations de f sur* $[1, +\infty[$.
3. *Retrouver par le calcule :*
   a) $f(x)=5$
   b) $f(x)=x+2$
   c) $f(x) \geq x+2$

Bon travail